

Cours complet sur les fractions – 5^{ème} à la 3^{ème}

I. Partie 5^{ème} : Lien avec les nombres relatifs

En 5^{ème} il n'y a pas de grandes avancées au niveau des fractions, il faut juste savoir que les fractions peuvent représenter des nombres relatifs, il suffit juste de les écrire avec le signe « - » devant la fraction de la façon suivante ou à côté du numérateur ou du dénominateur :

$$-\frac{1}{3} = \frac{-1}{3} = \frac{1}{-3}$$

De même pour les opérations sur les fractions, elles suivent les mêmes règles qui sont les suivantes :

- Deux fractions négatives s'additionnent et donne une fraction négative plus grande :

$$\left(-\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{5}{3}\right) = -\frac{2}{3} - \frac{5}{3} = \frac{-2-5}{3} = -\frac{7}{3}$$

- Une fraction positive et une fraction négative s'additionnent de la façon suivante :

$$\frac{7}{2} - \frac{15}{2} = -\frac{15}{2} + \frac{7}{2} = \frac{-15+7}{2} = \frac{-8}{2} = -\frac{8}{2}$$

II. Partie 4^{ème} : Multiplication et division de fraction

Pour ce qui est de la 4^{ème}, c'est là que les choses se corsent, il se peut que vous aillez vu ces notions en 5^{ème} en fonction de votre collège.

Multiplication de fraction :

Pour multiplier des fractions, on multiplie les numérateurs des deux fractions en eux et de même pour les dénominateurs, ce qui nous donne l'exemple ci-dessous :

$$\frac{3}{7} \times \frac{8}{5} = \frac{3 \times 8}{7 \times 5} = \frac{24}{35}$$

On peut ensuite simplifier la fraction obtenue en repérant les diviseurs communs du numérateur et du dénominateur s'ils en ont.

Mais je garde la partie sur la simplification pour plus tard.

Division de fraction :

Pour diviser des fractions le plus simple est de changer la forme de la division car **une division entre deux fractions revient à multiplier le divisé par l'inverse du diviseur.**

Alors je vais déjà expliquer ce qu'est un inverse. **L'inverse d'un nombre c'est quand on inverse son numérateur et dénominateur.**

Exemple :

$$\text{L'inverse de } \frac{13}{6} \text{ est } \frac{6}{13}, \text{ de même l'inverse de } \frac{2}{7} \text{ est } \frac{7}{2}.$$

Facile n'est-ce pas ?



Et donc une division entre deux fractions qui revient à multiplier le divisé par l'inverse du diviseur revient à cela :

La division devient une multiplication

$$\frac{5}{3} \div \frac{7}{4} = \frac{5}{3} \times \frac{4}{7} = \frac{5 \times 4}{3 \times 7} = \frac{20}{21}$$

On fait l'inverse

Deuxième exemple :

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{6}{11}} = \frac{1}{2} \times \frac{11}{6} = \frac{1 \times 11}{2 \times 6} = \frac{11}{12}$$

III. Partie 4^{ème} : Addition avec des dénominateurs différents

C'est la dernière partie et la plus difficile, donc je vais faire plusieurs exemples.

Addition de fraction des dénominateurs différents :

Pour additionner des fractions qui ont des dénominateurs différents, comme on l'a vu dans le cours de 6^{ème}, nous oblige à modifier la forme d'une ou des deux fractions de l'addition à l'aide d'une multiplication pour que les dénominateurs des deux fractions soient les mêmes.

Pour cela je veux distinguer deux cas pour vous faire gagner du temps :

- 1^{er} cas : Un dénominateur est un multiple de l'autre :

Exemple :

$$\frac{7}{5} + \frac{3}{15}$$

Dans ce cas 5 est un multiple de 15, nous allons donc multiplier le dénominateur et le numérateur de la fraction $\frac{7}{5}$ par la fraction $\frac{3}{3}$ pour que la fraction est un dénominateur de 15 et que les deux fractions soient sur le même dénominateur :

$$\frac{7}{5} + \frac{3}{15} = \frac{7}{5} \times \frac{3}{3} + \frac{3}{15} = \frac{21}{15} + \frac{3}{15} = \frac{24}{15}$$

Multiplication pour changer le dénominateur

Autre exemple :

$$\frac{5}{8} + \frac{37}{46}$$

Dans cet exemple, on ne peut pas additionner des 8^{èmes} et des 46^{èmes} donc il faut modifier une des deux fractions !

Et le plus souvent on veut mettre nos deux fractions sur le plus grand dénominateur, ici on va transformer $\frac{5}{8}$ en une fraction sur **46**. Pour ça, on va multiplier $\frac{5}{8}$ par $\frac{6}{6}$ pour que le dénominateur devienne **46** :

$$\frac{5}{8} + \frac{37}{46} = \boxed{\frac{5}{8} \times \frac{6}{6}} + \frac{37}{46} = \boxed{\frac{30}{46}} + \frac{37}{46} = \frac{67}{46}$$

- 2^{ème} cas : les deux dénominateurs n'ont rien en commun :

Exemple :

$$\frac{5}{4} + \frac{3}{7}$$

C'est le cas le plus difficile mais aussi celui où on fait toujours la même chose. Ici le dénominateur que l'on veut obtenir est le résultat de la multiplication des 2 dénominateurs, dans notre cas : **4 x 7 = 28**, on va donc mettre nos fractions sur **28** :

$$\frac{5}{4} + \frac{3}{7} = \boxed{\frac{5}{4} \times \frac{7}{7}} + \boxed{\frac{3}{7} \times \frac{4}{4}} = \boxed{\frac{35}{28}} + \boxed{\frac{12}{28}} = \frac{47}{28}$$

Pour modifier une fraction **il faut toujours multiplier nos fractions de départ par des**



fractions qui ont le même nombre au numérateur et au dénominateur (Ex : $\frac{4}{4}$)



car cela revient à multiplier par 1 et donc ne change pas la valeur de nos fractions.

Autre exemple :

$$\frac{3}{8} + \frac{2}{5} = \frac{3}{8} \times \frac{5}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{8}{8} = \frac{15}{40} + \frac{16}{40} = \frac{31}{40}$$

De même ici, on va mettre nos deux fractions sur **40** (multiplication des dénominateurs : $8 \times 5 = 40$).

Donc il faut multiplier la fraction $\frac{3}{8}$ par la fraction $\frac{5}{5}$ et la fraction $\frac{2}{5}$ par la fraction $\frac{8}{8}$
pour obtenir deux fractions avec 40 au dénominateur :

$$\frac{3}{8} \times \frac{5}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{8}{8}$$

On obtient alors ces deux fractions :

$$\frac{15}{40} + \frac{16}{40}$$

Il ne reste plus qu'à additionner ces deux fractions :

$$\frac{15}{40} + \frac{16}{40} = \frac{31}{40}$$