

Cours complet sur les nombres relatifs – 5^{ème} – 3^{ème}

I. La définition et les bases

Ce qu'on appelle « les nombres relatifs » ce sont en fait les nombres positifs et les nombres négatifs regroupé ensemble dans le même groupe.

Je commence par les nombres positifs car vous les connaissez déjà, ce sont les nombres que vous utilisez depuis que vous faites des maths, on les représente normalement avec un signe plus « + » devant le nombre mais comme ce sont les nombres les plus courants le signe « + » n'est pas souvent représenté :

En effet +14 s'écrit 14 et +25 s'écrit 25.



Au tour des nombres négatifs maintenant, les nombres négatifs s'écrivent avec « - » devant le nombre et servent à représenter des pertes, ou des positions en dessous d'un seuil de référence.



Par exemple les températures négatives : -5°C ou une perte d'argent : -20 €

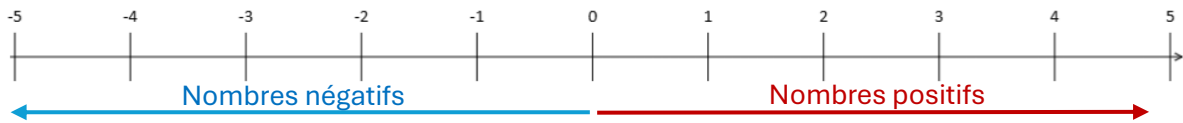
On peut représenter les nombres négatifs avec ou sans parenthèses dans des calculs :

$$- 3 + 6 = (- 3) + 6$$

En effet, les nombres négatifs commencent quand on descend en dessous de 0, à l'opposé des nombres positifs.

En maths, l'opposé signifie être de signe contraire, l'opposé de 5 est $- 5$ et l'opposé de $- 3$ est 3.

On peut alors représenter les nombres positifs et négatifs sur une droite graduée avec le 0 au milieu :



Comme on peut le voir sur cette droite la valeur des nombres négatifs augmente plus on descend en dessous de 0.

Au niveau calculatoire les nombres négatifs apparaissent quand on soustrait un nombre plus grand que le nombre de départ :

$$4 - 7 = -3 \quad \& \quad 0 - 7 = -7$$

Détaillons les étapes du premier calcul : on a 4 moins 7 donc si on enlève les nombres un par un ça fait 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2, et enfin -3.

On peut aussi faire la différence entre 7 et 4 puis rajouter le signe « - » au résultat, ce qui donne $7 - 4 = 3$ et je rajoute le « - », on a donc à la fin $4 - 7 = -3$.

On va donc voir maintenant comment ils interagissent avec les différentes opérations mathématiques :

II. Additions et soustraction

1) Addition :

Pour additionner des nombres positifs avec des nombres négatifs, c'est comme si on comparait un gain et une perte, le plus grand l'emporte, si le nombre le plus grand est négatif alors le résultat de l'addition est négatif et de même pour si le nombre le plus grand est positif :

$$-9 + 3 = 3 + -9 = 3 - 9 = -6$$

Ou encore :

$$-5 + 7 = 7 + -5 = 7 - 5 = 2$$

Et pour une addition entre deux nombres négatifs, c'est comme si on perdait encore plus alors qu'on perdait déjà, on ajoute les deux valeurs des nombres négatifs en gardant le signe « - » :

$$-9 + -3 = -9 - 3 = -3 - 9 = -12$$

2) Soustraction :

Pour ce qui est de la soustraction entre un nombre positif et un nombre négatif cela dépend de l'ordre dans la soustraction :

1^{er} cas : un nombre positif moins un nombre négatif

Si le calcul est : $9 - (-3)$ ou $9 - -3$

Dans ce cas, une soustraction d'un nombre positif par un nombre négatif devient une addition avec un nombre positif car les deux signes « - » s'annulent :

$$9 - -3 = 9 + 3 = 12$$

2^{ème} cas : un nombre négatif moins un nombre positif

Si le calcul est : $-3 - 9$

Dans ce cas, une soustraction d'un nombre négatif par un nombre positif est la même chose que d'additionner deux nombres négatifs, les valeurs des nombres négatifs s'ajoutent pour obtenir un résultat négatif encore plus grand :

$$-3 - 9 = -3 + (-9) = -12$$

III. Multiplication et Division

1) Multiplication :

Pour les multiplications avec des nombres négatifs, on distingue encore 2 cas.

1^{er} cas : un nombre positif fois un nombre négatif

Si le calcul est : $7 \times -2 = -2 \times 7$

Dans ce cas le résultat de la multiplication est **négatif** :

$$7 \times -2 = -14$$

2^{ème} cas : un nombre négatif moins un nombre positif

Si le calcul est : $-7 \times -2 = -2 \times -7$

Dans ce cas le résultat de la multiplication est **positif** car « les deux signes « - » s'annulent » :

$$-7 \times -2 = 14$$

2) Division :

Encore une fois, pour les divisions avec des nombres négatifs on distingue 2 cas car la nature d'une division est la même que la multiplication :

1^{er} cas : un nombre positif divise un nombre négatif ou l'inverse

Si le calcul est : $-6 \div 2$ ou $6 \div -2$

A noter que ces divisions peuvent aussi s'écrire sous forme fractionnaire :

$$\frac{-6}{2} \text{ ou } \frac{6}{-2}$$

Dans ce cas le résultat de la division est **négatif** :

$$-6 \div 2 = \frac{-6}{2} = -3$$

Ou encore :

$$6 \div -2 = \frac{6}{-2} = -3$$

2^{ème} cas : un nombre négatif divise un nombre négatif

Si le calcul est :

$$-6 \div -2 = \frac{-6}{-2}$$

Dans ce cas le résultat de la division est **positif** car « les deux signes « — » s'annulent » :

$$-6 \div -2 = \frac{-6}{-2} = 3$$

IV. Cas de la puissance 2 et de la racine carrée :

Pour la puissance de 2 d'un nombre négatif ou le « carré » d'un nombre négatif, il suffit de reprendre la définition de la puissance de 2 :

La puissance 2 ou le carré d'un nombre signifie que l'on multiplie ce nombre par lui-même.

Donc si on fait le carré d'un nombre négatif cela revient à faire la multiplication de deux nombres négatifs et le résultat d'un carré d'un nombre négatif est **TOUJOURS positif**.

Exemple :

$$(-2)^2 = -2 \times -2 = 4$$

Pour ce qui est de la racine carrée, il faut faire attention, *comme un nombre mis au carré est TOUJOURS positif*, la racine carrée étant l'inverse d'un carré, *faire la racine carrée d'un nombre revient à revenir en arrière sur un carré.*



On ne peut donc pas faire la racine carrée d'un nombre négatif.



$$\sqrt{-2} = \textit{Impossible}$$

(Enfin si c'est possible mais à votre niveau ce n'est pas nécessaire)